

היה בוחן ב 15.6, עשר דקות בתחילת השיעור. אחד התרגילים משיעורי הבית.

מבוא לתורת הקבוצות הנאיבית

סימונים לא פורמאליים

הקבוצה $\{1,2,3, \dots\}$ היא קבוצת המספרים הטבעיים מ-1 ועד 100. זהו סימון לא פורמאלי, ההגדרה הפורמאלית היא: $\{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 100\}$.

סימונים לקבוצות מספרים

\mathbb{N} קבוצת המספרים הטבעיים. בקורס הזה, אפס קיים בקבוצת המספרים הטבעיים
 \mathbb{Z} קבוצת המספרים השלמים
 \mathbb{R} קבוצת המספרים הממשיים
 \mathbb{C} קבוצת המספרים המרוכבים
 \mathbb{Q} קבוצת המספרים הרציונאליים

זוגות סדורים

הזוג הסדור $\langle a, b \rangle$ מוגדר ע"י קבוצה בת שני איברים כשאחד מהם הוא הראשון:

$$\langle a, b \rangle = \{\{a, b\}, a\}$$

ייתכן זוג סדור שבו שני האיברים הם אותו האיבר: $\langle a, a \rangle = \{\{a\}, a\}$.

תרגיל על זוגות סדורים

הוכח ש $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$. צריך להוכיח: $\forall x \in \langle a, b \rangle \wedge x \notin \langle b, a \rangle$ או להפך.

$$\langle a, b \rangle = \{\{a, b\}, a\}$$

$$\langle b, a \rangle = \{\{a, b\}, b\}$$

$$a \in \langle a, b \rangle$$

$$a \notin \langle b, a \rangle$$

מכפלה קרטזית

המכפלה הקרטזית של שתי קבוצות B, A מוגדרת ע"י קבוצת כל הזוגות הסדורים:

$$A * B = \{\langle a, b \rangle \mid a \in A \wedge b \in B\}$$

המכפלה הקרטזית אינה קומוטטיבית (כי $\langle a, b \rangle \neq \langle b, a \rangle$).

בינתיים $(A * B) * C \neq A * (B * C)$, ולכן המכפלה הקרטזית אינה אסוציאטיבית.

דוגמה

$$\{1,2\} * \{a,2,b\} = \{\langle 1, a \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 2, b \rangle\}$$

שיעור 07

מתמטיקה בדידה

יחסים בין קבוצות, יחסים בתוך קבוצות

גיא רוזנדורן, 12:12 25/05/2008

יחסים בינאריים

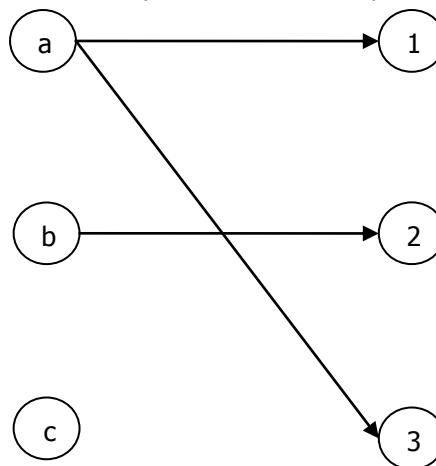
תהיינה שתי קבוצות A, B . יחס מ- A ל- B הוא תת-קבוצה של המכפלה הקרטזית $A * B$.
למשל, היחס $<$ מקבוצת המספרים הממשיים לעצמה, מפורש ע"י $< = \{ \langle x, y \rangle \in \mathbb{R}^{2,1} \mid x < y \}$.
זה יחס טרנסטיבי.
מטעמים מובנים, מקובל הסימון כנגד יחס $S: aSb$, במקום: $<, >$.
כלומר, $5 < 7$ במקום $\langle 5, 6 \rangle \in <$.
מתקבל מעין כלל $\beta: S = \{ \langle a, b \rangle \mid aSb \}$.

דיאגרמות של יחסים

בדיאגרמה של יחס מיוצגים האיברים ע"י נקודות במישור, וכל זוג $\langle a, b \rangle$ ע"י חץ כוון מ a ל b
כאשר אין מקום לאי הבנה, נקרא גם לדיאגרמה יחס.

דוגמא לדיאגרמה

היחס $\{ \langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle, \langle a, 3 \rangle \}$ מהקבוצה $\langle a, b, c \rangle$ לקבוצה $\{1, 2, 3\}$.



היחס ההפוך

יהי S יחס מ- A ל- B . היחס ההפוך S^{-1} מ- B ל- A ומוגדר ע"י: $S^{-1} = \{ \langle b, a \rangle \mid \langle a, b \rangle \in S \}$.
דיאגרמה של S^{-1} מתקבלת מהדיאגרמה ע"י היפוך החיצים.

הרכבת יחסים

יהא יחס S מ- A ל- B , ויהא T יחס מ B ל C . נגדיר את ההרכבה שלהם המסומנת $T \circ S$ כ
יחס מ A ל C המוגדר ע"י: $T \circ S = \{ \langle a, c \rangle \mid \exists b. aSb \wedge bTc \}$.

¹ את המכפלה $A * A$ נסמן גם A^2 . יחס מ- A ל- A ייקרא יחס ב- A או בתוך A .

שיעור 07

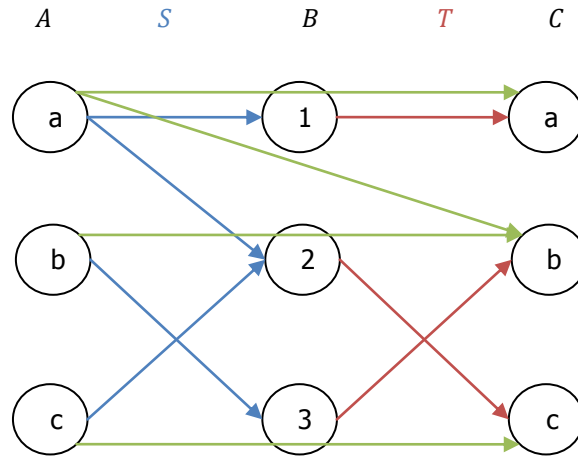
מתמטיקה בדידה

יחסים בין קבוצות, יחסים בתוך קבוצות

גיא רוזנדורן, 12:12 25/05/2008

דוגמאות

דיאגרמת $T \circ S$:

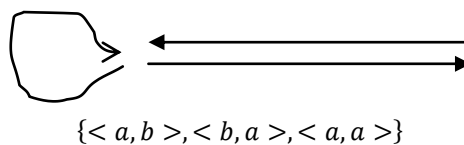


נגדיר יחס $S = \{ \langle a, b \rangle \mid a \text{ הורה של } b \}$, זהו יחס ההורות.
 אז נגדיר יחס $T = \{ \langle x, y \rangle \mid x \text{ אחות של } y \}$, זהו יחס האחוה.
 ההרכבה $T \circ S$, יחס הדודות, היא: $T \circ S = \{ \langle a, c \rangle \mid \exists b. b \text{ אחות של } a \text{ ו} b \text{ הורה של } c \}$.
 בדיאגרמה מתקיים $T \circ S$ אם ורק אם קיימת מסילה מכוונת באורך שני חיצים מ a ל b : הראשון מתוך S והשני מתוך T .
 היפוך $T \circ S$ מתקבל ע"י היפוך החצים וגם היפוך סדר ההרכבה: $(T \circ S)^{-1} = (S^{-1} \circ T^{-1})$.
 בדוגמא שנתנו, ההפך מיחס הדודות הוא יחס האחיונות: מאח של הורה, הופכים מבן של אח.

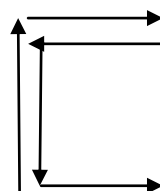
יחסים בתוך קבוצה

יחס S מתוך A ייקרא סימטרי אם ורק אם $S^{-1} = S$ (לכל a, b : $aSb \Leftrightarrow bSa$).
 בדיאגרמה על יחס סימטרי, יחד עם כל חץ מופיע גם חץ "מקבילי" בכיוון ההפוך.

דוגמא



זהו יחס סימטרי.



זהו לא יחס סימטרי.

שיעור 07

מתמטיקה בדידה

יחסים בין קבוצות, יחסים בתוך קבוצות

גיא רוזנדורן, 25/05/2008 12:12

תרגיל

האם הרכבת יחסים סימטריים היא בהכרח יחס סימטרי?
לא!

נניח ש T, S יחסים סימטריים, אז: $T^{-1} = T, S^{-1} = S$. אז:

שיעור 07

מתמטיקה בדידה

יחסים בין קבוצות, יחסים בתוך קבוצות

גיא רוזנדורן, 25/05/2008 12:12

תוכן עניינים

1.....מבוא לתורת הקבוצות הנאיבית

שיעור 07

מתמטיקה בדידה

יחסים בין קבוצות, יחסים בתוך קבוצות

גיא רוזנדורן, 25/05/2008 12:12

תקציר משפטים, נוסחאות והדגשים